SURVIVOR ADASINDA REFAH İKTİSADI

Meksika açıklarında meydana gelen 7.4 şiddetinde deprem sonucu Tsunami olmuş ve Dominik Cumuriyeti'nde çekilen Survivor adası ile bağlantı kesilmiştir. Yarışmanın finaline kalan İlhan Mansız ve Ogeday Girişken'e ulaşılamamaktadır. Adada yalnız başlarına kalan Ogeday'ın elinde 100 tane muz ve 20 tane Balık vardır. İlhan Mansız'da ise, 20 Muz ve 80 Balık vardır. Pareto Optimum'cu Neo-Klasik refah iktisadı varsayımı altında yarışmacıların optimum sebze ve et miktarları için fayda fonksiyonları ise aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$U_{ilhan} = (Balık)^2(Muz)$

$U_{Ogeday} = (Balık)(Muz)^2$

Not= Burada U harfi fayda anlamına gelmektedir. Eşitliğin sağ tarafı ise, kahramanlarımızın faydalarını etkileyen parametrelerdir.

Bu bilgiler veri iken kahramanlarımızın pareto optimum denge düzeyini verecek optimum Balık ve Muz miktarları nelerdir?

$Balık_{İlhan} = 80$ $\quad$ $Balık_{Ogeday} = 20$
$Muz_{İlhan} = 20$ $\quad$ $Muz_{Ogeday} = 100$

ÇÖZÜM

Kolaylık olması açısından İlhan'a A tüketicisi ve Ogeday'a B tüketicisi diyelim. Balık X malı ve Muz'da Y malı olsun.

Fayda fonksiyonlarını ve başlangıçta ellerindeki endowmentlar'da şu şekilde yazalım

$U_A = X_A^2 Y_A$ $\quad$ $X_A = 80 \quad Y_A = 20$

$U_B = X_B Y_B^2$ $\quad$ $X_B = 20 \quad Y_B = 100$

Aşama 1) Kahramanlarımızın faydalarını maksimize etmek istemektedirler. Buna rağmen kaynaklar kısıtlıdır. Bu yüzden öncelikle kısıtlarımızı yazalım.

A tüketicisinin kısıtı ------ > $F_x X_A + Y_A = 80F_x + 20$ (1)
B tüketicisinin kısıtı ------ > $F_x X_B + Y_B = 20F_x + 100$ (2)
Aşama 2) Kısıtları ve fayda fonksiyonu belli olan kahramanlarımız için Lagrange kuralım.

A tüketicisinin Lagrange'ı $L_A = X_A^2 Y_A + \lambda(80F_x + 20 - F_x X_A - Y_A)$ (3)
B tüketicisinin Lagrange'ı $L_B = X_B Y_B^2 + \lambda(20F_x + 100 - F_x X_B - Y_B)$ (4)
Aşama 3) Lagrange'ı kurduktan sonra hem A hem de B tüketicisi için optimizasyonu yapalım.

A TÜKETİCİSİ OPTİMİZASYONU

Önce A tüketicisi için optimal X ve Y değerlerini arıyoruz. Bunun için $X_A, Y_A\ ve\ \lambda$ 'nin Lagrange'a göre kısmi türevini alıp 0'a eşitliyoruz.

a) $\frac{\partial L_A}{\partial X_A} = 2X_A Y_A - \lambda F_x = 0$ (5)

b) $\frac{\partial L_A}{\partial Y_A} = X_A^2 - \lambda = 0$ (6)

c) $\frac{\partial L_A}{\partial \lambda} = 80F_x + 20 - F_x X_A - Y_A = 0$ (7)
Kısmi türevlerini aldıktan sonra negatif işaretli λ'ları eşitliğin soluna atarak benzerlikler arıyoruz. Bilinmeyenlerimizi λ cinsinden yazmaya çalışıyoruz.
$2X_A Y_A = \lambda F_x$ (8) $\quad$ $\frac{2X_A Y_A}{F_x} = \lambda$ (9)

$X_A^2 = \lambda$ (10)

5 ve 6 numaralı denklemlerdeki kısmi türevlerimizi λ cinsinden yazdık. İkisinde de λ ortak olduğundan birbirine eşitleyebiliriz.

$$\frac{2X_A Y_A}{F_x} = X_A^2 \qquad (11)$$

Bilinmeyenleri azaltabilmek üzere X_A Cinsinden yazabilmek için gerekli sadeleştirmeleri yaparız.

$$X_A = \frac{2Y_A}{F_x} \qquad (12)$$

12 numaralı denklemde X_A'yı 2 bilinmeyen cinsinden bulduk. Fakat halen bilinmeyen çok. Bunu azaltmak için X_A değerini 7 numaralı denklemdeki kısıtta kullanabiliriz. X_A gördüğümüz yere $\frac{2Y_A}{F_x}$ yazarız.

$$80F_x + 20 - F_x \frac{2Y_A}{F_x} - Y_A = 0 \qquad (13)$$

F_x'ler birbirini götürür $80F_x + 20 - \cancel{F_x} \frac{2Y_A}{\cancel{F_x}} - Y_A = 0$

Negatif işaretlileri karşıya atarız. $80F_x + 20 = 3Y_A$

Y_A'yı yalnız bırakmak için iki tarafı 3'e böleriz $Y_A^* = \frac{80F_x}{3} + \frac{20}{3}$ (14)

14 numaralı denklemde Y_A'yı Fx cinsinden bulduk. Şimdi X_A'yı bulduğumuz 12 numaralı denklemde Y_A yı yerleştirirsek X_A'yı da Fx cinsinden bulabilmek için Y_A gördüğümüz yere $\frac{80F_x}{3} + \frac{20}{3}$ yazarız.

$$X_A = \frac{2(\frac{80F_x}{3} + \frac{20}{3})}{F_x} \quad (15) \qquad X_A = \frac{\frac{160F_x}{3} + \frac{40}{3}}{F_x} \qquad X_A = \frac{1}{F_x}\left(\frac{160F_x}{3} + \frac{40}{3}\right) \qquad X_A = \frac{160\cancel{F_x}}{3\cancel{F_x}} + \frac{40}{3F_x}$$

$$X_A^* = \frac{160}{3} + \frac{40}{3F_x} \quad (16)$$

16 numaralı denklemde de bilinmeyenlerden kurtularak X_A'yı da Fx cinsinden bulduk.

B TÜKETİCİSİ OPTİMİZASYONU

B tüketicisi için A tüketicisi ile aynı yolu izleyebilirsiniz.

a) $\frac{\partial L_B}{\partial X_B} = Y_B^2 - \lambda F_x = 0$ (17)

b) $\frac{\partial L_B}{\partial Y_B} = 2X_B Y_B - \lambda = 0$ (18)

c) $\frac{\partial L_B}{\partial \lambda} = 20F_x + 100 - F_x X_B - Y_B = 0$ (19)

$2X_B Y_B = \lambda$ (20) $\qquad \frac{Y_B^2}{F_x} = \lambda$ (21) $\qquad \frac{Y_B^2}{F_x} = 2Y_B X_B$ (22) $\qquad \frac{Y_B}{2F_x} = X_B$ (23)

$$20F_x + 100 - \cancel{F_x} \frac{Y_B}{2\cancel{F_x}} - Y_B = 0 \qquad (24)$$

$$Y_B^* = \frac{40F_x}{3} + \frac{200}{3} \qquad (25)$$

$$X_B^* = \frac{20}{3} + \frac{100}{3F_x} \qquad (26)$$

Aşama 4) Önceki aşamada A ve B tüketicileri için optimal X ve Y malı tüketimlerini bulduk. Şimdi başlangıçtaki endowmentlarını kullanarak Fx değerini de elde edelim ki bilinmeyenimiz azalsın.

Başlangıçta toplam X değeri = $X_A + X_B = 100$ idi

Optimal toplam X değeri = $X_B^* + X_A^* = (\frac{160}{3} + \frac{40}{3F_x}) + (\frac{20}{3} + \frac{100}{3F_x}) = \frac{180}{3} + \frac{140}{3F_x}$ yapar.

Adada mirasta kalsa optimalde dağılsa toplam X değeri değişmeyeceğinden $\frac{180}{3} + \frac{140}{3F_x} = 100$ diyebiliriz. Fx değerini yalnız bırakmak için içler dışlar çarpımı yaparsak $F_x = \frac{14}{12}$ değerine ulaşırız.

Başlangıçta toplam Y değeri = $Y_A + Y_B = 120$ idi

Optimal toplam Y değeri $= Y_B^* + Y_A^* = (\frac{80F_x}{3} + \frac{20}{3}) + (\frac{40F_x}{3} + \frac{200}{3}) = \frac{120F_x}{3} + \frac{220}{3}$ yapar.

Adada miras ta kalsa optimalde dağılsa toplam Y değeri değişmeyeceğinden $\frac{120F_x}{3} + \frac{220}{3} = 120$ diyebiliriz. Fx değerini yalnız bırakmak için içler dışlar çarpımı yaparsak $F_x = \frac{14}{12}$ değerine ulaşırız.

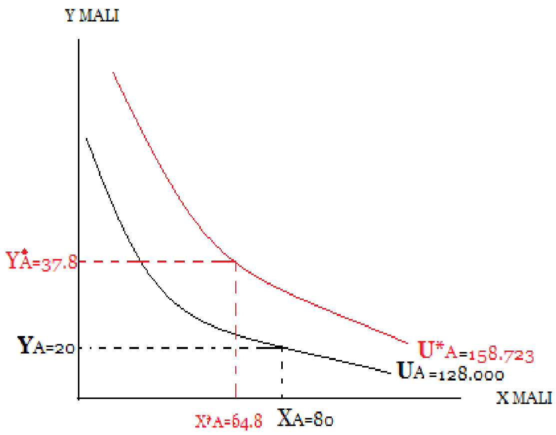
Aşama 5) Bulduğumuz Fx değerini kullanarak optimal X ve Y değerlerini sayısal olarak bulalım. Bunun için optimal $X^* ve\ Y^*$ fonksiyonlarını F_x cinsinden gösteren denklemlerde F_x yerine $\frac{14}{12}$ yazıp işlemleri yaparız.

$$X_A^* = \frac{160}{3} + \frac{40}{3\left(\frac{14}{12}\right)} = 64.8^* \qquad Y_A^* = \frac{80\left(\frac{14}{12}\right)}{3} + \frac{20}{3} = 37.8^*$$

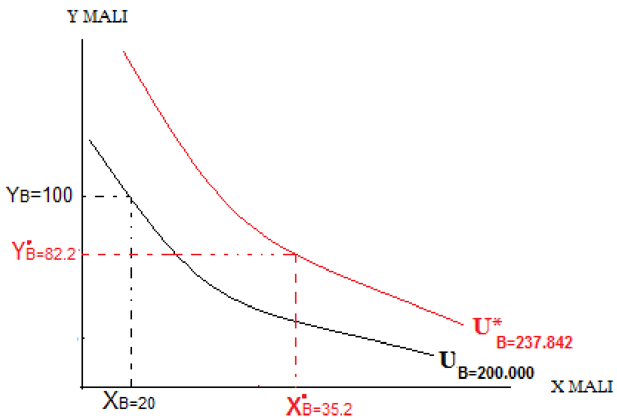
$$X_B^* = \frac{20}{3} + \frac{100}{3\left(\frac{14}{12}\right)} = 35{,}2^* \qquad Y_B^* = \frac{40\left(\frac{14}{12}\right)}{3} + \frac{200}{3} = 82.2^*$$

Aşama 6) Başlangıç endowmentlar altında ve optimal dağılım sonrasında A ve B tüketicisinin faydalarında/refahlarında değişim olup olmadığını kontrol etmek için fayda fonksiyonlarını hesaplayalım.

A tüketicisin başlangıçtaki faydası	$U_A = X_A^2 Y_A$	$U_A^b = 80^2.20$	=128.000
A tüketicisinin optimal dağılım sonrası faydası	$U_A = X_A^2 Y_A$	$U_A^* = (64.8)^2.(37.8)$	=158.723
B tüketicisin başlangıçtaki faydası	$U_B = X_B Y_B^2$	$U_B^b = 20\,.100^2$	=200.000
B tüketicisinin optimal dağılım sonrası faydası	$U_B = X_B Y_B^2$	$U_B^* = (35.2).(82.2)^2$	=237.842

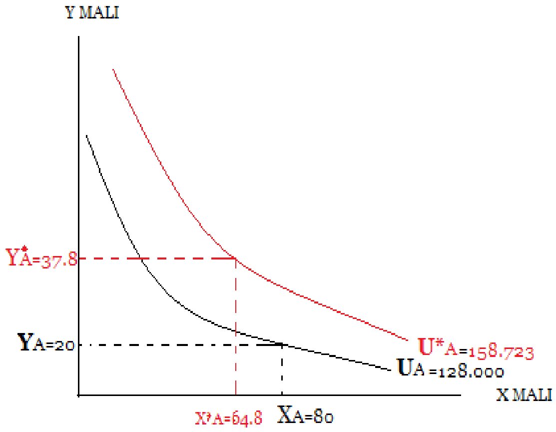


A TÜKETİCİSİ FARKSIZLIK PAFTASI

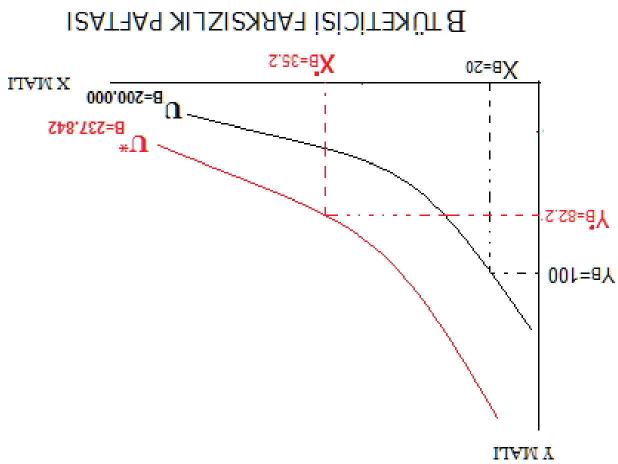


B TÜKETİCİSİ FARKSIZLIK PAFTASI

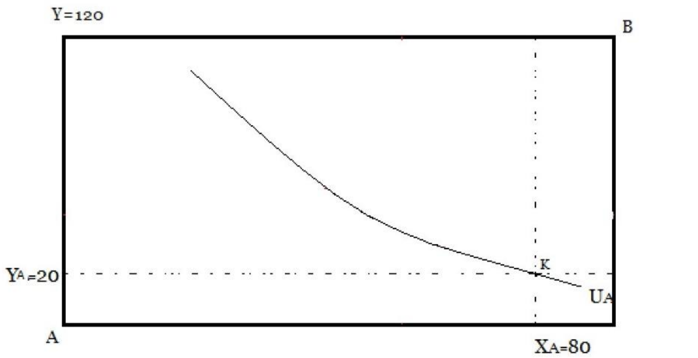
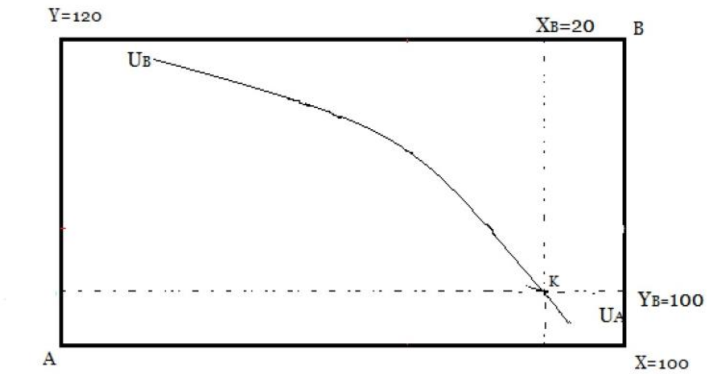
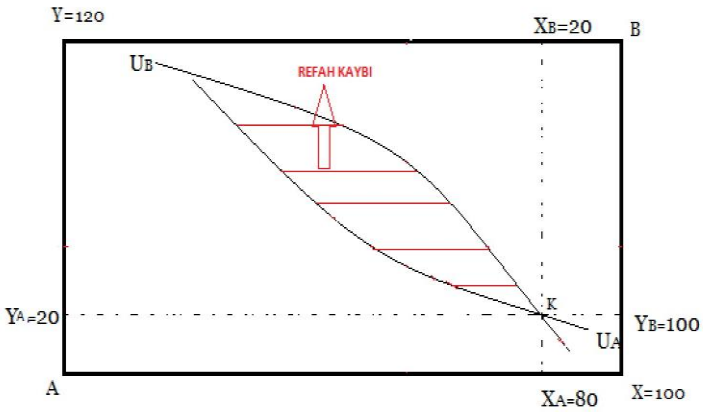
Yukarıda A tüketicisi ve B tüketicisi için örnek olarak farksızlık paftaları oluşturulmuştur. Farksızlık eğrileri orijinden uzaklaştıkça daha yüksek fayda düzeyini temsil etmektedir. Edgeworth kutu diyagramı A tüketicisinin farksızlık paftası ile B tüketisinin farksızlık paftasının ters döndürülüp birleştirilmesi ile oluşmaktadır.

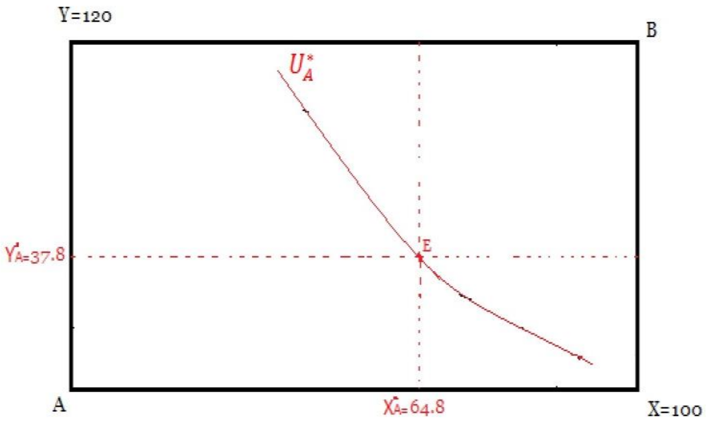
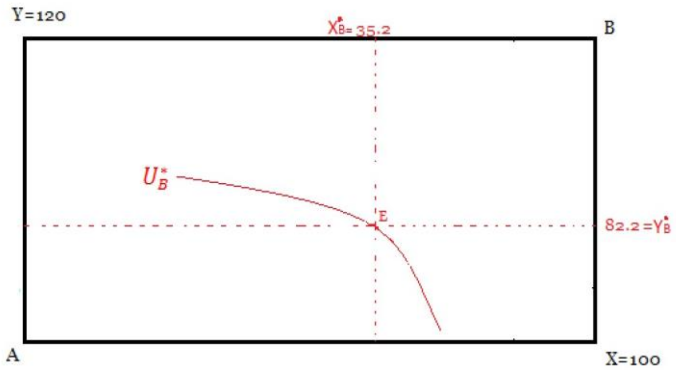
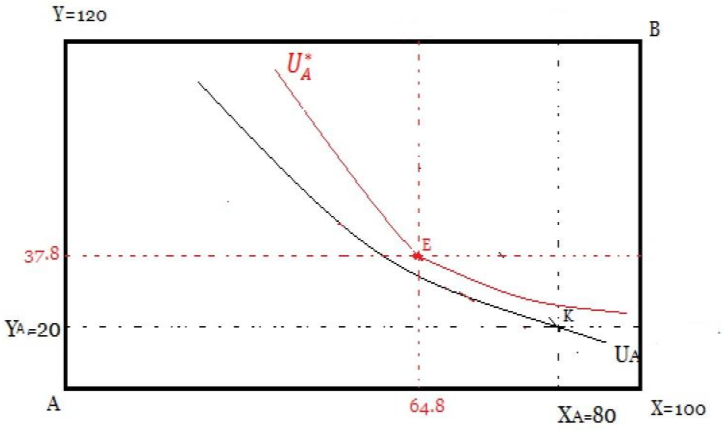
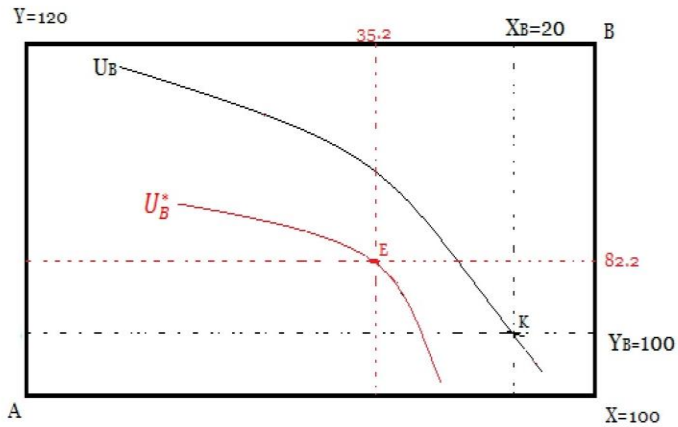


A TÜKETİCİSİ FARKSIZLIK PAFTASI



Aşağıda farksızlık eğrilerinin **<u>ÖRNEK OLARAK</u>** Edgewort içinde nasıl çizildiği adım adım gösterilmiştir. Siyah çizgi ile gösterilen farksızlık eğrileri pareto optimal denge öncesi kırmızı ile çizilenler pareto optimal denge sonrasını ifade etmektedir.

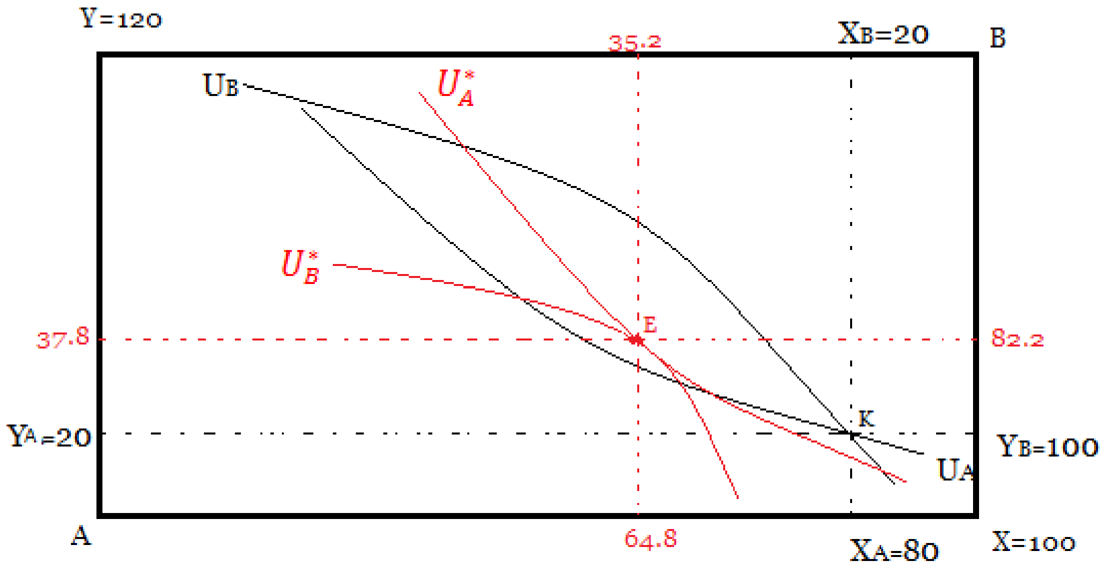
U_A^b	Pareto optimal dengeden önce A tüketicisinin elinde 20 Muz ve 80 Balık var iken Edgeworth içindeki farksızlık eğrisi ve fayda düzeyi 128.000'dir.	
U_B^b	Pareto optimal dengeden önce B tüketicisinin elinde 100 Muz ve 20 Balık var iken Edgeworth içindeki farksızlık eğrisi ve fayda düzeyi 200.000'dir.	
U_A^b ve U_B^b	Pareto optimal denge öncesinde A ve B tüketicisinin farksızlık eğrilerini beraber çizdiğimizde kırmızı kesikli çizgi ile gösterilen alan kadar refah kaybımız var.	

U_A^*	Pareto optimal dengeden sonra A tüketicisinin elinde 37.8 Muz ve 64.8 Balık var iken Edgeworth içindeki farksızlık eğrisi ve fayda düzeyi 158.723 olmuş ve artmıştır.	
U_B^*	Pareto optimal dengeden önce B tüketicisinin elinde 82.2 Muz ve 35.2 Balık var iken Edgeworth içindeki farksızlık eğrisi ve fayda düzeyi 237.842'e yükselmiştir.	
U_A^b ve U_A^*	Pareto optimal denge öncesi ve sonrası A tüketicisinin farksızlık eğrileri şekildeki gibi olur. Denge sonrası fayda arttığından dolayı kırmızı ile gösterilen farksızlık eğrisi A orijininden uzaklaşmıştır.	
U_B^b ve U_B^*	Pareto optimal denge öncesi ve sonrası B tüketicisinin farksızlık eğrileri şekildeki gibi olur. Denge sonrası fayda arttığından dolayı kırmızı ile gösterilen farksızlık eğrisi B orijininden uzaklaşmıştır.	

EDGEWOTH KUTU DİYAGRAMI

Hem A hem de B tüketicisi için başlangıç ve optimal dağılım sonrası refah düzeyleri karşılaştırıldığında iki tüketicinin de refahının yani toplam refahın arttığı görülmektedir. Bu yüzden başlangıçtaki refahın pareto optimum olduğu ortaya çıkmaktadır. Aşağıda Edgeworth kutu diyagramı içerisinde hem A hem de B tüketicisinin başlangıç refahına göre faydaları siyah pareto optimum değerleri ise kırmızı ile gösterilmiştir.

Not: U_A^b ve U_A^*, U_B^b ve U_B^* farksızlık eğrileri Edgeworth içinde birlikte çizildiğinde



(*) işareti ile gösterilen değerler optimal refah dağılımını ifade etmektedir.

Aşama 7) A ve B tüketicisinin Marjinal İkame Haddini (MİH veya MRS) Bulalım

$$M\dot{I}H_A = \frac{F_x}{F_y} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{14}{12} = M\dot{I}H_B$$

Hikâyenin Sonu

	
A Tüketicisi = İlhan Mansız	B Tüketicisi Ogeday Girişken
Refahı Maksimize oldu.	Refahı Maksimize oldu.

İlhan'ın fayda fonksiyonu belli iken 20 muz ve 80 balık ile fayda toplamı 128.000 etmekteydi. Optimal dağılım sonucu ise, 64.8 Balık ve 37.8 Muz ile faydasını 158.723'e getirmiştir.

Ogeday'ın fayda fonksiyonu belli iken 100 muz ve 20 balık ile fayda toplamı 200.000 etmekteydi. Optimal dağılım sonucu ise, 35.2 Balık ve 82.2 Muz ile faydasını 237.842'ye getirmiştir.

Adada başlangıçtaki refah 128.000+200.000 = 328.000'dir. Pareto dağılım sonucu refah miktarı 68.656 birim artarak 396.565'ya yükselmiştir. Bu refah artışı sırasında kimsenin refahı azalmamış aksine artmıştır.

HAYATIN KENDİSİ EN GERÇEKÇİ SURVIVOR'DIR. BU YÜZDEN HAYATI ÖNEMSEYİN VE ÖĞRENCİLİK HAYATINIZI SURVIVOR İZLEYEREK DEĞİL KİTAP OKUYARAK, GEZEREK, GÜZEL DOSTLUKLAR KURARAK VE SIKI ÇALIŞARAK GEÇİRİN.