

Stackelberg Oligopol Modeli

Stackelberg, 1934 yılında, Cournot düopol modeline karşı eleştiri getiren bir oyun teorisi modelidir. Modele göre, Cournot'un iki düopolist firmasından bir tanesi, rakibinin Cournot varsayımına göre hareket edeceğini önceden planlayabilmektedir. Bu nedenle piyasaya ilk giren firma (lider firma) rakibinin nihai üretim miktarı yerine en iyi tepki fonksiyonunu belirleyerek ona göre kendi kar fonksiyonunu oluşturur. Bu model Cournot modeli gibi tam bilgi altında statik bir oyun teorisi modeli değil, Tam bilgi altında dinamik bir oyun teorisi modelidir. Modelde piyasaya ilk giren lider firma, kendi üretim miktarını belirledikten sonra piyasaya sonradan giren firmanın kendi üretim seviyesine göre hareket edeceğini planlar ve üretimini buna göre belirler.

Piyasa (ters) talep fonksiyonu: $P(Q) = a - bQ$

Üretim iki firma tarafından gerçekleştiriliyor: $Q = q_1 + q_2$

Sabit maliyet yok sadece marjinal maliyet var ve iki firmanın marjinal maliyeti aynı: $TC_1 = cq_1$ ve $TC_2 = cq_2$

Modelde ilk önce 1. Firma (lider) firma, 2. Firmanın en iyi tepki fonksiyonunu belirler.	$\max_{q_2} \pi(q_1, q_2)$
	$\max_{q_2} TR - TC$
	$\max_{q_2} PQ - TC$
	$\max_{q_2} Pq_2 - cq_2$
	$\max_{q_2} (a - bQ)q_2 - cq_2$
	$\max_{q_2} (a - b(q_1 + q_2))q_2 - cq_2$
	$\max_{q_2} (a - b(q_1 + q_2) - c)q_2$
	$a - b(2q_2^* + q_1) - c = 0$
	$a - bq_1 - c = 2bq_2^*$
İkinci firmanın en iyi tepki fonksiyonu Cournot modelinde elde edilen en iyi tepki fonksiyonu ile aynıdır.	$\frac{a - bq_1 - c}{2b} = q_2^*$

İkinci aşamada Lider firma, 2. Firmanın üretim miktarı q_2 yerine $q_2^* = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$ en iyi tepki fonksiyonunu dikkate alarak kar maksimizasyon problemini çözer	$\max_{q_1} \pi(q_1, q_2)$
	$\max_{q_1} TR - TC$
	$\max_{q_1} PQ - TC$
	$\max_{q_1} Pq_1 - cq_1$
	$\max_{q_1} (a - bQ)q_1 - cq_1$
	$\max_{q_1} \left(a - b \left(q_1 + \frac{a - bq_1 - c}{2b} \right) \right) q_1 - cq_1$
	$\max_{q_1} \left(a - bq_1 - b \left(\frac{a - bq_1 - c}{2b} \right) \right) q_1 - cq_1$

	$\max_{q_1} \left(a - bq_1 - \left(\frac{a - bq_1 - c}{2} \right) \right) q_1 - cq_1$
	$\max_{q_1} \left(a - bq_1 - \left(\frac{a - bq_1 - c}{2} \right) - c \right) q_1$
	$\max_{q_1} \left(\frac{a - bq_1 - c}{2} \right) q_1$
Maksimizasyon problemi oluşturulduktan sonra q_1 'e göre birinci sıra koşulları bulunur. Türev alınır sıfıra eşitlenir.	$\frac{a - 2bq_1^* - c}{2} = 0$
q_1 yalnız bırakılmaya çalışılır.	$\frac{a - c}{2} = \frac{2bq_1^*}{2}$
Birinci firmanın karını maksimize eden üretim miktarı bulunur	$\frac{a - c}{2b} = q_1^*$

İkinci firmanın en iyi tepki fonksiyonunun içine birinci firmanın üretim fonksiyonunu yerleştirilip işlemler yapılırsa	$\frac{a - bq_1 - c}{2b} = q_2^*$
	$\frac{a - b \left(\frac{a - c}{2b} \right) - c}{2b} = q_2^*$
	$\frac{a - \left(\frac{a - c}{2} \right) - c}{2b} = q_2^*$
	$a - \left(\frac{a - c}{2} \right) - c = 2bq_2^*$
Dengeyi sağlayan ikinci firmanın üretim miktarı da bulunur.	$\frac{a - c}{4b} = q_2^*$

1. Firmanın dengede üretim miktarı 2. Firmanın dengede üretim miktarı

MONOPOL	$\frac{a - c}{2b} = q_1^*$	
COURNOT	$\frac{a - c}{3b} = q_1^*$	$\frac{a - c}{3b} = q_2^*$
STACKELBERG	$\frac{a - c}{2b} = q_1^*$	$\frac{a - c}{4b} = q_2^*$

Piyasada toplam üretim miktarı

MONOPOL	$q_1^* = \frac{a - c}{2b}$
COURNOT	$q_1^* + q_2^* = \frac{2(a - c)}{3b} = \frac{2(a - c)}{3b}$
STACKELBERG	$q_1^* + q_2^* = \frac{a - c}{4b} + \frac{a - c}{2b} = \frac{3(a - c)}{4b}$

Piyasada fiyat

MONOPOL	$P(Q) = a - \left(\frac{a - c}{2} \right)$
COURNOT	$P(Q) = a - \left(\frac{2a - 2c}{3} \right)$
BERNARD	$p_1^* = p_2^* = \frac{a + c}{2 - b}$
STACKELBERG	$P(Q) = a - \left(\frac{3a - 3c}{4} \right)$