

$$P_s = 80$$

Arz edenlerin cebine 80 girmektedir. Bunu şu şekilde de bulabiliriz. Piyasada vergi eklendikten sonra oluşan fiyat 100 ise ve devlet her satıştan 20 birim vergi alıyorsa satanın eline 80 kalmaktadır.

Bu yeni üretici rantı için, üreticinin eline vergi sonrası kalan fiyat ve arzı 0 yapan nokta arasında kalan alanı hesaplamamız gerekmektedir. Yeni üretici rantı:

$$B_2 = (55 * 110) / 2 = 3025$$

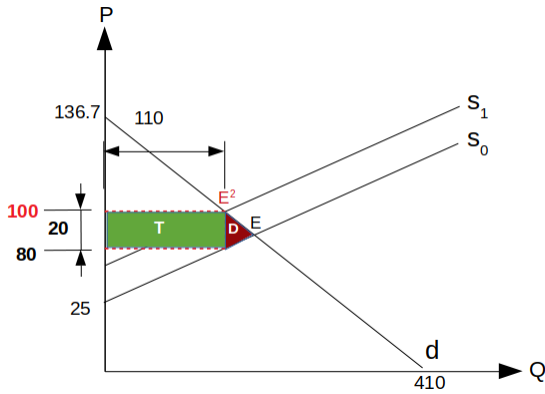
Üretici rantındaki değişim ise,

$$\Delta PS = B - B_2$$

$$\Delta PS = 4489 - 3025$$

$$\Delta PS = 1464 \text{ olur.}$$

#### Devletin Vergi Geliri



Piyasada vergi sonrası fiyat 100 iken üreticinin cebine her ürün için 80 girmektedir. Devlet birim başına 20 vergi almaktadır. Devletin vergi geliri bu yüzden arz edilen mal miktarı ile vergi miktarının çarpımına eşittir.

$$\text{Vergi} = \text{Tax} = T = 110 * 20 = 2200$$

Devlet bu piyasadan 2200 vergi geliri elde etmiştir.

#### Toplum Refahında Kayıp

Devletin müdahale etmediği piyasada etkinlik sağlanmaktadır. Devlet ekonomiye müdahale edip vergi uyguladığında üretilen ürünün veya hizmetin cinsine (esnekliğine göre) vergi tüketici ve arz eden üretici arasında paylaşılır. Örneğimizde devletin ekonomiye müdahalesi sonrası hem tüketici hem de üretici vergiden etkilenmiştir. Tüketici rantında 976.4 ve üretici rantında 1464 azalma meydana gelmiştir. Devlet ise 2200 vergi geliri elde etmiştir.

Tüketici rantı ve üretici rantındaki toplam azalma  $976.4 + 1464 = 2440,4$  iken devletin kasasına 2200 vergi girmiştir. Kaynakların etkin kullanıldığı bir piyasada

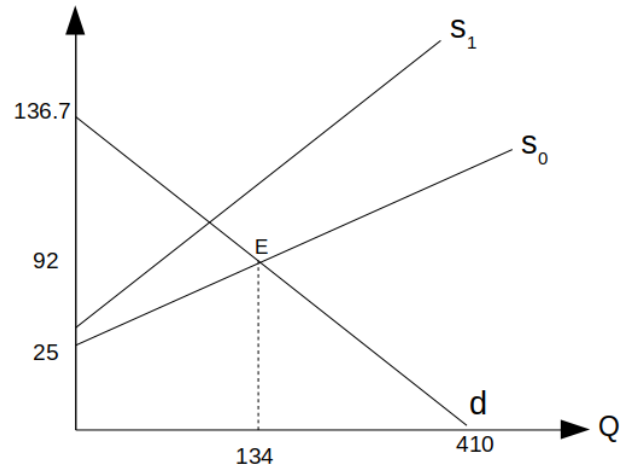
Arş. Gör. Sefa ERKUŞ – Refah Notları – Taslaktır - 2019  
vergi ve rant değişimi birbirine eşit olmalıdır. Burada ise  $2440,4 - 2200 = 240,4$  birim bir kayıp söz konusudur. Bu kayıp grafikte bordo renk ve D işareti ile gösterilen toplumsal refahta meydana gelen azalıştır.

Bu duruma Ölü Alan, dara Kaybı, kaynak İsrafı, Toplumsal Refah kaybı İngilizce olarak ise Deadweight Loss ismi verilmektedir. Bu alanı geometri yardımıyla veya devletin ekonomiye müdahale etmediği ve ettikten sonra oluşan rakamları kullanarak hesaplamak mümkündür.

DWL = 240, 4 olarak hesaplanır.

#### B) Ad Valorem Vergi

Ad Valorem Latince: değeri üzerinden alınan vergi anlamına gelmektedir. Bir maldan alınacak vergi o malın fiyatı ile doğru orantılı olarak artmakta ya da azalmaktadır. Ad Valorem vergiye, spesifik vergi, oransal vergi de denilebilmektedir. Güncel örneği oransal vergiler : Katma Değer Vergisi, Özel Tüketim Vergisi veya Özel İletişim Vergisidir.



$$Q_d = 410 - 3P$$

$$Q_s = -50 + 2P$$

Devletin müdahale etmediği durumda piyasa fiyatı 92 ve üretim miktarı ise 134'tür.

Örneğimiz aynı iken devletin başlangıçta piyasaya Maktu vergi yerine spesifik / ad valorem vergi uygulamaya karar verdiğini varsayalım. Devlet arz edilen ürün başına yüzde 20 oranında KDV uygulamaya karar vermiş olsun. Bu durumda piyasa bundan nasıl etkilenir? Burada talep fonksiyonunu sabit kabul ederek fiyatların yükseldikçe verginin de arttığını varsayacağız. Burada vergi oranı yüzde 20 olduğundan soru içerisinde devlet farklı fiyat seviyelerinden  $0.2 * P$  kadar bir vergi geliri elde edecektir.

Arz fonksiyonu yardımıyla hesaplama yaparsak

$$Q_s^T = -50 + 2(P - \text{vergi} * \text{fiyat})$$

$$Q_s^T = -50 + 2(P - 0.2 * P)$$

$$Q_s^T = -50 + 1.6P$$

Vergi eklendikten sonra arz eğrimiz sabit vergideki gibi yukarı kaymadı ama arz eğrisinin eğimi değişti. Vergi eklenmiş arz fonksiyonu ile talep fonksiyonunun kesişmesi bize vergi eklenmiş denge noktalarını verecektir.

Başlangıçta verilen talep fonksiyonu ve vergi eklenmiş arz fonksiyonunu kullanarak vergi sonrası denge fiyat ve miktarı tekrardan hesaplarız.

$$Q_s^T = Q_d$$

$$-50 + 1.6P = 410 - 3P$$

$$4.6P = 460$$

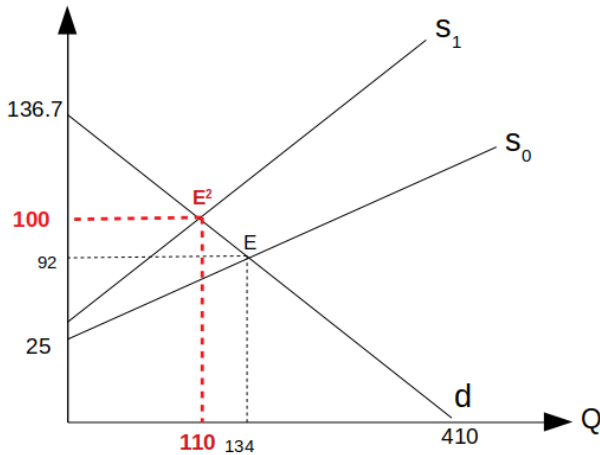
$$P^T = 100$$

Vergi eklendikten sonra oluşan yeni fiyat yani ürünün vergili fiyatı 100 TL olmuştur. Yeni fiyatı vergi eklenmiş arz veya talep fonksiyonunda yerine yerleştirirsek vergi sonrası denge miktarını da bulabiliriz.

$$Q_s^T = -90 + 2P$$

$$Q_s^T = -90 + 2(100)$$

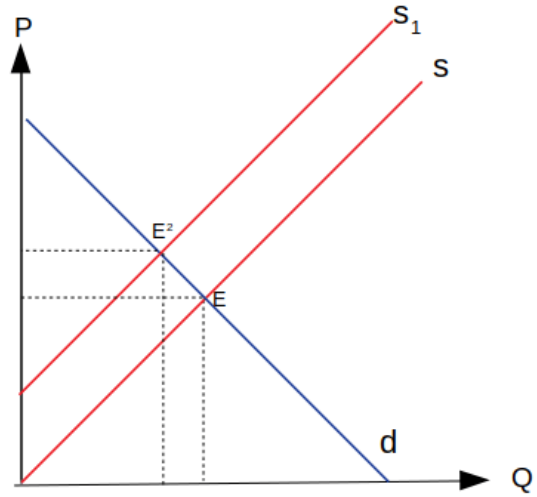
$$Q^T = 110$$



## Vergi Yükü ve Esneklik ilişkisi

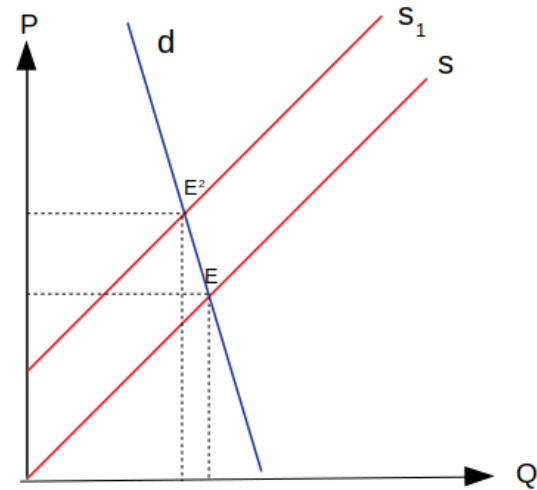
Ürünlerin farklı talep fiyat esnekliklerine sahip olmaları, bir mal üzerine vergi eklendiğinde verginin üreticinin mi tüketicinin mi rantına daha fazla etki edeceğini değiştirmektedir. Günlük hayatımıza bakarsak sigara üzerine bir vergi eklendiğinde sigara gibi bağımlılık düzeyi yüksek yani bir mal olarak talep fiyat esnekliği düşük bir malda, talepteki yüzde azalma fiyattaki artıştan daha düşüktür.

$$1) |e_d| = e_s$$



Basit bir şekilde ifade edecek olunursa bir malın talep fiyat esnekliği ile arz fiyat esnekliği eşit olursa maktu vergi yükü üretici ve tüketici tarafından eşit şekilde karşılanır.

$$2) |e_d| < e_s$$

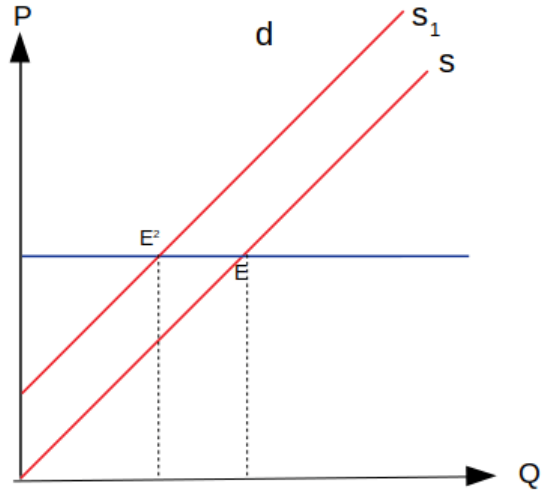
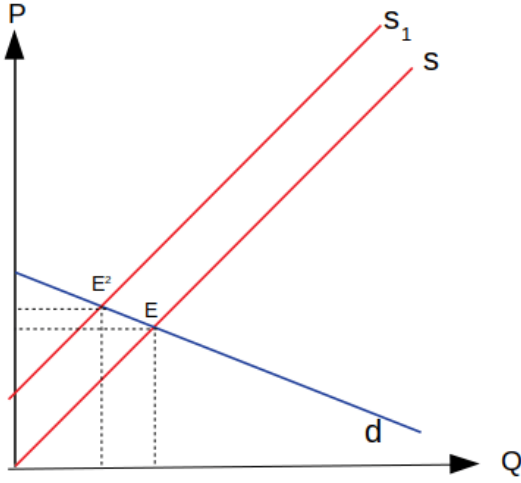


Talep esnekliği, arz esnekliğinden düşük ise, vergi yükünün çoğunu tüketici karşılamaktadır.

Örneğin Sigara.

$$3) |e_d| > e_s$$

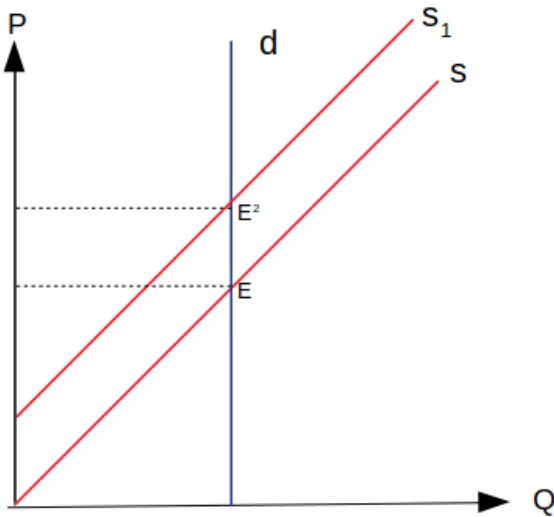
Talep fiyat esnekliği, arz fiyat esnekliğinden yüksek ise vergi kaynaklı fiyat değişimlerinden tüketici talebi arz değişimine göre daha fazla olacaktır.



Bu yüzden fiyat artışından kaynaklı olarak satışlarının azalmasını istemeyen üreticiler vergi yükünün daha büyük bir kısmını karşılar.

Örneğin Lüks mallar

$$4) |e_d| = 0$$



Bir ürünün talep fiyat esnekliği sıfır ise o ürünün inelastik bir talebe sahiptir. Yani fiyat artışı veya vergiden etkilenmez. Bu durumda bir vergi artışının hepsi tüketici tarafından karşılanır.

Örneğin Kanseri ilaçları.

$$5) |e_d| = \infty$$

Bir ürünün talep fiyat esnekliği sonsuz ise, o ürün tam elastik bir esnekliğine sahiptir. Kısa bu ürünler fiyat değişimlerinden çok fazla etkilenir.

Örneğin bir bankada dolar satış kuru 5 TL ve döviz büfesinde dolar satış kuru 5 TL olsun. Devlet döviz büfelerinin sattığı dolar başına 50 kuruş vergi eklesin. Bu durumda döviz büfesi doları 5.50 TL'den satarsa alır mısınız? Döviz büfesi satış yapmak isterse doları kaçta kadar düşürmeli?

**Vergi Yükü ve Esneklik Arasındaki Matematiksel İlişki**

Tam rekabet piyasasında piyasada denge durumunda arz ve talep miktarı birbirine eşittir.

$$Q_s = Q_d$$

Devlet bir ürüne vergi uyguladı mı bu piyasada geçerli olan arz ve talep miktarında da eşit şekilde değişime sebep olur. Çünkü denge yeni denge noktası hem arz edenler hem talep edenler için değişmektedir. Değişim delta işareti ile gösterilmektedir.

$$\Delta Q_s = \Delta Q_d$$

İki tarafından toplam türevseli şekildeki gibi yazılır.

$$\frac{\partial Q_s}{\partial P_s} \Delta P_s = \frac{\partial Q_d}{\partial P_d} \Delta P_d$$

Basit bir hile bu toplam türevseli esneklikler cinsinden yazabiliriz. Bunun için iki tarafı da P/Q ile çarpalım

$$\frac{\partial Q_s}{\partial P_s} \frac{P^*}{Q^*} \Delta P_s = \frac{\partial Q_d}{\partial P_d} \frac{P^*}{Q^*} \Delta P_d$$

$$\varepsilon_s = \frac{\partial Q_s}{\partial P_s} \frac{P^*}{Q^*} = \text{arzın fiyatlardaki değişime duyarlılığı}$$

$$\varepsilon_d = \frac{\partial Q_d}{\partial P_d} \frac{P^*}{Q^*} = \text{talebin fiyatlardaki değişime duyarlılığı}$$

Formül şu hale gelecektir:

$$\varepsilon_s \Delta P_s = \varepsilon_d \Delta P_d$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d} \Delta P_s = \Delta P_d$$

Şimdi verginin üreticiye etkisini hesaplayabiliriz.

### Verginin Üreticiye Yükü ve Esneklik ilişkisi

Üreticinin vergi yükü

$$\frac{P^* - P_s}{T} = \frac{\Delta P_s}{T} = \frac{|\Delta P_s|}{|\Delta P_s| + |\Delta P_d|}$$

Burada esneklik ilişkisini kullanıp bilinmeyenleri azaltabiliriz

$$\frac{|\Delta P_s|}{|\Delta P_s| + \left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d} \Delta P_s \right|}$$

$\Delta P_s$  parantezine alırsak işlemi

$$\frac{|\Delta P_s|}{|\Delta P_s| \left( 1 + \left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d} \right| \right)}$$

Şimdi sadeleştirme yaparsak

$$\frac{1}{1 + \left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d} \right|}$$

Paydayı yukarı aldığımızda

$$\frac{1}{\left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_d} \right| + \left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d} \right|}$$

Arz esnekliği pozitif olduğundan mutlak değer içinde kullanmamıza gerek kalmaz. Sonuç olarak Üretici vergi yükünün esneklik ile ilişkisi aşağıdaki gibi olur.

$$\text{Üreticiye Etkisi Formülü : } \frac{|\varepsilon_d|}{|\varepsilon_d| + \varepsilon_s}$$

### Verginin Tüketiciye Yükü ve Esneklik ilişkisi

Tüketicinin vergi yükü

$$\frac{P^* - P_d}{T} = \frac{\Delta P_d}{T} = \frac{|\Delta P_d|}{|\Delta P_s| + |\Delta P_d|}$$

Burada esneklik ilişkisini kullanıp bilinmeyenleri azaltabiliriz

$$\frac{|\Delta P_d|}{|\Delta P_d| + \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Delta P_d \right|}$$

$\Delta P_d$  parantezine alırsak işlemi

$$\frac{|\Delta P_d|}{|\Delta P_d| \left( 1 + \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \right| \right)}$$

Şimdi sadeleştirme yaparsak

$$\frac{1}{1 + \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \right|}$$

Paydayı yukarı aldığımızda

$$\frac{1}{\left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s} \right| + \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \right|}$$

Arz esnekliği pozitif olduğundan mutlak değer içinde kullanmamıza gerek kalmaz. Sonuç olarak tüketici vergi yükünün esneklik ile ilişkisi aşağıdaki gibi olur.

$$\text{Tüketiciye Etkisi Formülü: } \frac{|\varepsilon_s|}{|\varepsilon_d| + \varepsilon_s}$$

Matematiksel Olarak Esneklik – Vergi ilişkisi

Alıştırmaları

*Alıştırma 1)*

**Devletin müdahale etmediği bir piyasada arz ve talep fonksiyonları aşağıdaki gibidir**

$$Q_d = 410 - 3P$$

$$Q_s = -50 + 2P$$

**Bu piyasada esneklik yardımı ile vergi artışı durumunda vergi yükünün üretici tarafından mı tüketici tarafından mı daha çok karşılandığını bulunuz.**

Bu piyasada denge fiyat ve miktarlarını bulmuştuk.

$$P^* = 92$$

$$Q_s^* = 134$$

Bu piyasada talebin ve arzın fiyat esnekliğini hesaplırsak:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial P_s} = \text{arz fonksiyonunun fiyata göre kısmi türevi.}$$

$$\frac{\partial Q_d}{\partial P_s} = \text{talep fonksiyonunun fiyata göre kısmi türevi.}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\partial Q_s P^*}{\partial P_s Q^*} = (2) \frac{92}{134} = 1,3731$$

**Arz fiyat esnekliği:  $\varepsilon_s = 1,3731$**

$$\varepsilon_d = \frac{\partial Q_d P^*}{\partial P_d Q^*} = (-3) \frac{92}{134} = -2,0597$$

**Talep fiyat esnekliği:  $\varepsilon_d = -2,0597$**

Arz ve talep esnekliği karşılaştırıldığında talep fiyat esnekliğinin  $|e_d|$  arz fiyat esnekliğinden yüksek olduğu görülmektedir.

$$|e_d| > e_s$$

$$|-2,0597| > 1,3731$$

$$\varepsilon_d = -2,0597$$

Grafik üzerinden yapılan çıkarıma göre fiyat esnekliği daha yüksek olan vergi yükünü çekmekte daha az istekli olmaktadır. Bu esneklik hesabına göre, problemde de vergi yükünün çoğu, üretici tarafından karşılanmalıdır.

Arz başına 20 birim Vergi konulduktan sonra **tüketici rantındaki değişim**  $\Delta CS = 976.4$ , **üretici rantındaki değişim** de  $\Delta PS = 1464$  olmuştur.

Sonuçta devletin ürüne vergi koyması sonrası üretici rantındaki azalma, tüketici rantındaki azalmadan daha fazla olmuştur:

$$1464 > 976.4$$

Esneklik oranı ile vergi yükü arasındaki ilişki doğrulanmış oldu. Üretici satışlarının azalmaması için vergi yükünün daha yüksek kısmını kendi karşılamaktadır. (kontrol ediniz)

*Alıştırma 2)*

$$\varepsilon_s = 1,3731$$

$$\varepsilon_d = -2,0597$$

**Piyasa fiyatının 92, piyasa üretim miktarının 134 olduğu, sadece fiyat ve arz talep esnekliği bilinen bir piyasaya devlet 20 birim vergi uygularsa fiyat artışı kaç olur?**

Burada verginin üreticiye yükü formülü şu şekilde kullanırsak fiyat artışını bulabiliriz.

$$\Delta P = \text{fiyat değişimi}$$

$$\Delta T = \text{vergi değişimi}$$

$$\Delta P = \frac{\varepsilon_s}{|\varepsilon_d| + \varepsilon_s} \Delta T$$

$$\Delta P = \frac{1,3731}{|-2,0597| + 1,3731} (20)$$

$$\Delta P = \frac{1,3731}{2,0597 + 1,3731} (20)$$

$$\Delta P = (0,4)(20)$$

$$\Delta P = 8 \text{ br}$$

Sonuç olarak fiyat 8 br artmaktadır. Vergi sonrası fiyat 100 br olmaktadır.

*Not: Burada verilen piyasa maktu vergi uygulanan piyasa ile aynıdır. Maktu vergi ile ilgili örneğimizde de devletin vergi koymadığı piyasada fiyat 92 iken 20 birim maktu vergi sonrası fiyat 100 olmuştur. Sonuç aynı çıktı. (kontrol ediniz)*

*Alıştırma 3)*

$$\varepsilon_s = 1,3731$$

**Piyasa fiyatının 92, piyasa üretim miktarının 134 olduğu, sadece fiyat ve arz talep esnekliği bilinen bir piyasaya devlet 20 birim vergi uyguladığında üretici ve tüketici rantındaki toplam azalma 2440,4 birim olmuştur. Sadece üretici rantındaki azalma ne kadar olmuştur?**

Esneklikler yardımıyla verginin üretici refahında ne kadarlık değişime neden olduğunu üreticinin vergi yükü formülü ile bulabiliriz.

$$\Delta PS = \text{üretici rantındaki değişim}$$

$\Delta(PS + CS) =$  üretici ve tüketici rantındaki toplam değişim

$$\Delta PS = \frac{|\varepsilon_d|}{|\varepsilon_d| + \varepsilon_s} \Delta(PS + CS)$$

$$\Delta PS = \frac{|-2,0597|}{|-2,0597| + 1,3731} (2440,4)$$

$$\Delta PS = \frac{2,0597}{2,0597 + 1,3731} (2440,4)$$

$$\Delta PS = (0.60)(2440,4)$$

$$\Delta PS = 1464$$

2440,4 birimlik rant azalmasının 1464 birimi üretici tarafından karşılanmıştır. Maktu vergi sorusunda elde edilen sonuç ile aynıdır. (kontrol ediniz)

Verginin tüketiciye yükü ise 976,4 birim olmuştur.